Методология количественного измерения степени гарантии качества продукции и результативности систем качества

И. Н. Рыбаков

Резюме

Разработано понятие достоверности обеспечения качества *QAC* как количественной меры степени гарантии качества продукции и уровня результативности системы качества. Сформулированы принципы установления и проверки *QAC*. Эта проверка - испытание гипотезы соответствия выборочного распределения установленному. Обычно требуется испытывать многомерное распределение, что значительно усложняет процедуры испытания и проверки. Для упрощения процедур и снижения объема выборки автором предложено одномерное вероятностное распределение определяющего параметра качества. Применение методологии *QAC* вместо общепринятой сейчас опоры на внушаемое рекламой «чувство доверия к изготовителю» дает действительно объективную гарантию качества продукции и результативности системы качества и позволяет строго оптимизировать производственные отношения.

Качество продукции приобрело за последние десятилетия определяющее значение во всей производственной и коммерческой деятельности предприятий, отраслей и целых стран. Именно качество продукции определяет удовлетворенность потребителя, спрос, конкурентоспособность продукции и ее поставщика и основные результаты его деятельности на рынке. Степень уверенности в качестве продукции поставщика определяет коммерческие риски в отношениях с ним потребителя и финансовые результаты этих отношений, а в конечном счете - результаты всего бизнеса. Для приемлемых оценки и прогнозирования таких результатов необходимо обладать методологией, обеспечивающей достаточную для практики точность, а точность немыслима без применения количественных показателей упомянутой степени уверенности в качестве продукции и в результативности применяемой изготовителем системы качества.

Между тем, до настоящего времени такая методология отсутствует. Наибольшим достижением в этом направлении считается методология сертификации систем качества поставщиков, отраженная в серии международных стандартов ИСО 9000. Эта методология основана на аудите и является чисто качественной, она далеко не свободна от субъективизма, приводит лишь к некоторым формальным суждениям о системе качества и не дает никакой возможности находить количественные показатели, на основании которых можно было бы определять коммерческие риски. Вместо этого упор делается на дорогостоящее создание и поддержание с помощью рекламы престижа и имиджа поставщика и его брэнда, которые не имеют ясных деловых определений и являются нечеткими и недостоверными категориями, нередко вводящими потребителя в заблуждение.

Методология ИСО 9000 часто подвергается критике, и большая потребность в объективных количественных характеристиках для уверенной оценки результативности систем качества и степени гарантии качества продукции неоднократно отмечалась в работах специалистов по качеству [1-5]. В настоящей статье на основании ряда работ автора излагаются основы методологии, позволяющей строго определять и обоснованно использовать четкие количественные показатели степени уверенности в качестве продукции поставщиков на основе понятия достоверности, широко используемого в статистике и ряде технических дисциплин, в частности, в метрологии. Вообще достоверность может быть отнесена как к суждениям о событии, т.е. к информации, так и к самому событию, если относительно этого события заранее высказано некоторое суждение или установлено некоторое требование. Так, можно говорить о достоверности сведений о качестве продукции, а можно - о достоверности, скажем, контроля качества, т.е. проверки соответствия качества установленным для него требованиям. Также понятие достоверности часто применяют в отношении ряда других технических операций - контроля технического состояния изделий, поверки средств измерений и самих измерений, как таковых. Автором предложено распространение понятия достоверности на обеспечение качества и его применение как практической количественной меры для этих целей [6]. Для этого вводится показатель достоверность обеспечения качества продукта (quality assurance certainty) *QAC* как вероятность того, что продукт соответствует всем установленным требованиям к качеству. В работе автора [7] показано, что *QAC* однозначно связана с аналогично определенными достоверностями всех операций изготовления и контроля, выполняющихся в цикле производства продукта, и приведены соответствующие математические соотношения.

Кроме того, там показаны возможность и метод оптимизации распределения достоверностей между всеми операциями цикла производства, обеспечивающей требуемую полную *QAC* при минимальных затратах. Для каждой операции изготовления и/или контроля вводятся частные показатели *QAC*. Если они для всех операций стабильны, значение полной *QAC* продукта описывает все его экземпляры, т.е. весь данный продукт. При этом *QAC* можно считать мерой результативности системы качества, используемой при изготовлении продукта.

Чтобы подтвердить реальность гарантии полной *QAC*, необходимо установить требование к ней и проверить фактическое выполнение его. Практическая реализация этого вызывает статистические проблемы, и ниже рассматриваются некоторые принципы их разрешения. Рассмотрим общий случай продукта, имеющего несколько характеристик (параметров) качества, т.к. он наиболее обычен для практики. При этом возникают известные специфичные сложности многомерного контроля параметров качества, детально рассмотренные, например, в обзоре [8], в связи с чем разработаны схемы многомерного управления, пригодные и при коррелированных параметрах. Мы рассматриваем другую проблему: количественную оценку полной достоверности качества. Здесь наибольшая трудность - резкое возрастание статистической погрешности проверки с ростом числа параметров качества и возникающая из-за этого потребность в очень большом объеме выборочных данных. Эта трудность существует даже при некоррелированных параметрах. Другая особенность описываемого здесь подхода - учет всех операций изготовления и контроля в цикле производства.

Для целей нормирования и проверки требований к *QAC*, действительно, необходимо относить их к продукту в целом, т.е. ко всему набору параметров качества. Это позволяет вполне объективно оценивать и сравнивать как различные продукты, так и разные системы качества, и определять полные технические и коммерческие риски, возникающие для изготовителя и потребителя продукта, на основании надежной количественной, нормируемой и проверяемой, меры. Это выгодно отличает *QAC* от пресловутого «чувства доверия к изготовителю», основываемого на его престиже, имидже и других нечетких и нередко ошибочных данных, но, за неимением лучшего, до сих пор составляющего основу маркетинговых и коммерческих решений при поставках продукции и выборе поставщиков.

Итак, рассмотрим установление и проверку полной достоверности обеспечения качества *QAC* для продукта в целом при множестве нормируемых параметров качества x_k, k = 1, 2, ..., m, для которых установлены нижние x_k^- и верхние x_k^+, пределы допустимых значений. Для каждого x_k может быть определена достоверность QAC_k, как вероятность того, что этот параметр продукта находится в допустимых пределах:

$$QAC_k = \Pr\left\{x_k^- \le x_k \le x_k^+\right\}. \tag{1}$$

Установление полной *QAC* предусматривает задание минимального допустимого значения QAC_0 вероятности:

$$QAC = \Pr\left\{x_k^- \le x_k \le x_k^+, \forall k\right\} \ge QAC_0. \tag{2}$$

На практике контроль качества продукта, т.е. проверка события, что каждый x_k соответствует пределам x_k^-, x_k^+, выполняется для каждого параметра отдельно. Каждая такая проверка требует определенного набора оборудования, процедур и т.п. Однако это не означает, что проверка соответствия продукта требованию к *QAC* также должна выполняться отдельно по параметрам. В действительности после указанного контроля представительной выборки единиц продукта могут вычисляться вероятности упомянутых событий и по ним подсчитываться полная *QAC*.

Проверка соответствия требованию (2) может выполняться только статистически, причем результат каждой проверки (оценка q_k вероятности (1)) сопровождается случайной погрешностью δ_k. Поэтому заключение о вероятности QAC_k выражается статистически интервалом, в котором истинное значение QAC_k находится в пределах $q_k - \delta_k \le QAC_k \le q_k + \delta_k$ с определенной степенью доверия (из-за одностороннего характера требования (2) имеет практическое значение только второе из этих неравенств).

Для количественной оценки случайной погрешности δ_k рассмотрим проверку соответствия требованию как статистическое испытание гипотезы о соответствии выборочного распределения, которое (для каждого *k*) можно взять, например, в виде ступенчатой функции

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & x < x_{(1)} \\ l/n, & x_{(l)} \le x < x_{(l+1)} \\ 1, & x > x_{(n)}, \end{cases} \qquad (3)$$

заданному требованию в виде функции распределения $F_0(x)$, которая определена только в двух точках, соответствующих нижнему x^- и верхнему x^+ пределам допустимых значений

$$F_0(x^-) = (1 - QAC_0)/2\,, \quad F_0(x^+) = (1 + QAC_0)/2\,,$$

$x_{(0)}$, ..., $x_{(l)}$, ..., $x_{(n)}$ в (3) - выборочные значения параметра *x*, взятые в порядке возрастания.

Согласно критерию Колмогорова, гипотеза о соответствии принимается, при уровне доверия α, если выборочное распределение (3) находится в полосе между пределами $F_0(x) \pm D_\alpha(n)$, ширина которой зависит от α и объема выборки *n.* Полуширина полосы определяет оценку случайной погрешности: $|\delta_k| \le D_\alpha(n)$. Зависимость $D_\alpha(n)$ для $\alpha = 0.90$ показана кривой 1 на рис.1 (по данным из [9]). Можно видеть, что случайная погрешность δ_k существенно обременяет оценку *QAC* при относительно небольших объемах выборки. Например, при *n* = 35 эта погрешность (при $\alpha = 0.90$) равна 0.2. Для получения меньших значений погрешности δ_k нужны значительно большие объемы выборки. Например, *n* = 144 для $D_\alpha = 0.1$ и *n* = 520 для $D_\alpha = 0.05$. Имеется возможность значительно уменьшить объем выборки заменой выборочного распределения (3) более точной оценкой функции распределения, например, с использованием метода аппроксимации с применением ограниченной априорной информации в форме прямоугольного или оптимального ядра [10]. В последнем случае (кривая 2) можно получить полуширину полосы $D_{\alpha} = 0.1$ при *n* = 54. Еще большее уменьшение случайной погрешности и объема выборки можно получить с применением большей априорной информации, но этот вопрос требует дальнейшего исследования.

Эти данные относятся к случаю испытания гипотезы для одномерного распределения. Если перейдем к многомерному случаю, проверяя отдельные параметры качества и их соответствие требованиям $QAC_k \geq QAC_{0k}$ и затем используя полученные результаты для проверки многомерного требования (2), которое имеет, например, для независимых параметров, форму

$$\prod_{k=1}^{m}\left(q_k - \delta_k\right) \geq QAC_0\,, \tag{4}$$

получим дальнейшее обременение случайной погрешностью. Например, если оценки для каждого параметра все равны *q,* и каждая имеет случайную погрешность в 5% от *q*, то уже при 10 параметрах получим в левой части (4) $(0.95 \cdot q)^{10} = 0.60 \cdot q^{10}$. Отсюда видно, что проверка соответствия требованию полной *QAC* может быть затруднительна, если продукт имеет значительное число параметров качества.

Однако имеется удачный выход из этого положения, если воспользоваться одномерным распределением определяющего параметра качества, чье значение наиболее близко к допустимым пределам, предложенным и описанным в [11]. Распределение дает те же значения *QAC*, что и при многомерном распределении, но позволяет проверять одномерную гипотезу и тем избежать указанного выше «размножения» погрешности, обеспечивая вполне приемлемые объемы выборки..

<u>Вывод распределения определяющего параметра качества</u>. При выводе не требуется предполагать нормальность распределений

параметров. Пусть нормируемые параметры x_k имеют в общем случае асимметричные и неравные пределы. Их легко можно свести к нормированной и симметричной форме преобразованием $\tilde{x} = \frac{x_k - \bar{x}_k}{x_k^+ - x_k^-}$, где $\bar{x}_k = \frac{x_k^+ + x_k^-}{2}$ - середина допустимого интервала, $k = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$. Это делает пределы симметричными и равными: $\tilde{x}_k^- = -1$, $\tilde{x}_k^+ = +1$. Для сведения многомерной задачи к одномерной тогда достаточно найти распределение определяющего параметра, значение которого наибольшее по абсолютной величине. Обозначим это значение *Z.* Пусть $X = \min_k \tilde{x}_k$, $Y = \max_k \tilde{x}_k$, $k = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$. Тогда $X \le Y$ и

$$Z = \begin{cases} X \text{ если } |X| > |Y|, \\ Y \text{ если } |X| < |Y|. \end{cases}$$

Рассмотрим плоскость *X,Y.* Ее половина, лежащая ниже-правее прямой *X* = *Y,* не содержит значений параметров, т.к. $X \le Y$. Другая полуплоскость делится прямой $X = -Y$ на две области: *A*, где $|X| > |Y|$ и поэтому $Z = X < 0$, и *B*, где $|X| < |Y|$ и поэтому $Z = Y > 0$. Найдем искомое распределение *Z* интегрированием совместной плотности вероятности *p*(*X*, *Y*):

$$P_z(Z) = \int_{-\infty}^{Z} dX \int_{X}^{-X} p(X,Y)dY = \int_{-\infty}^{Z} dX \int_{X}^{-X} p_Y(Y) p_X(X|Y) dY = \int_{-\infty}^{Z} p_X(X)dX \int_{X}^{-X} \frac{p_Y(Y)}{P_X(Y)} dY$$

в области А ($Z \le 0$);

и

$$P_z(Z) = P_z(0) + \int_{0}^{Z} dY \int_{-Y}^{Y} p(X,Y)dX = P_z(0) + \int_{0}^{Z} dY \int_{-Y}^{Y} p_X(X) p_Y(Y|X) dX =$$

$$= P_z(0) + \int_{0}^{Z} p_Y(Y)dY \int_{-Y}^{Y} \frac{p_X(X)}{1 - P_Y(X)} dX$$

в области В ($Z > 0$).

Здесь $P_X(X)$, $P_Y(Y)$ - интегральные функции распределения *X* и *Y*, соответственно, $p_X(X)$, $p_Y(Y)$ - их плотности вероятности и $p_X(X|Y)$, $p_Y(Y|X)$ - условные плотности вероятности для *X* при данном *Y* и для *Y* при данном *X*, соответственно. Из-за ограничения $X \le Y$

$$p_X(X|Y) = \frac{p_X(X)}{\int\limits_{-\infty}^{Y} p_X(X)dX} = \frac{p_X(X)}{P_X(Y)} \text{ в области А;}$$

и
$$p_Y(Y|X) = \frac{p_Y(Y)}{\int\limits_{X}^{\infty} p_Y(Y)dY} = \frac{p_Y(Y)}{1 - P_Y(X)} \text{ в области В.}$$

Интегральные функции распределения наименьшего *X* и наибольшего значений *Y* известны [12]:

$$P_X(X) = \int\limits_{-\infty}^{X} p_X(X)dX = 1 - \prod_{i=1}^{m}\left[1 - P_i(X)\right],$$

$$P_Y(Y) = \int\limits_{-\infty}^{Y} p_Y(Y)dY = \prod_{i=1}^{m} P_i(Y),$$

где $P_i(\tilde{x}_k) = \int\limits_{-\infty}^{\tilde{x}_k} p_k(\tilde{x}_k)d\tilde{x}_k$, $\tilde{x}_k$ - нормируемые параметры.

Э. Гумбель показал в [12], что экстремальные значения не коррелированы не только, когда параметры $\tilde{x}_k$ независимы, но также во многих широко распространенных случаях, когда параметры $\tilde{x}_k$ коррелированы, включая случай нормального совместного распределения с коэффициентами корреляции, меньшими 1. Этот факт позволяет широко применять данный подход к анализу достоверности качества для продуктов со многими параметрами.

Рассмотрим некоторые примеры распределения *P*(*Z*) и его основные характеристики. Пусть все нормируемые параметры имеют одинаковые нормальные распределения с центрами в серединах допустимых интервалов и стандартными отклонениями $\sigma = \frac{1}{6}$:

$$p_k\left(\tilde{x}_k\right) = \frac{6}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-18\tilde{x}_k^2\right),\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ m. \qquad (5)$$

Распределения *P*(*Z*) и их плотности $p(Z) = \frac{dP(Z)}{dZ}$ для таких случаев показаны на рис. 2 и 3, соответственно. Кривые 1 и 2 на обоих рисунках относятся к *m* = 1 и 8, соответственно. Кривые 2 имеют несколько особенностей, отличающих их от «одномерных» кривых 1: бимодальность, ширину и характер хвостов. Еще большие отличия возникают, когда распределения параметров не одинаковы. Это можно видеть из кривых 3 и 4, которые соответствуют расширению и смещению распределений отдельных параметров. Кривые 3 относятся к случаю, когда шесть параметров имеют распределение (5) и два параметра имеют удвоенные стандартные отклонения $\sigma_1 = 2\sigma = \frac{1}{3}$ (при этом бимодальность и расширение хвостов значительно большие) . Кривые 4 - для случая, когда шесть параметров имеют распределение (5) и два параметра имеют смещенные средние значения $m_1 = \sigma = \frac{1}{6}$ (при этом дополнительно имеется значительная асимметрия). Более детальную информацию о распределениях определяющих параметров можно найти в работе [11].

При <u>практическом применении достоверности обеспечения качества</u> иногда приходится проверять соответствие требований к ней не в целом, а по параметрам. Это делается, в частности, для управления *QAC* в рамках работы системы качества производителя, когда соответствие требованию к полной *QAC* обеспечивается достижением выполнения внутренних для изготовителя требований к соответствию отдельных параметров: $QAC_k \geq QAC_{0k}$. При этом необходимо выбрать разделение общей предельной величины QAC_0 для *QAC* на набор предельных значений QAC_{0k}, которые должны соответствовать (например, при независимых параметрах) уравнению

$$QAC_0 = \prod_{k=1}^{m} QAC_{0k} < 1. \qquad (6)$$

Из (6) можно видеть, что QAC_{0k} должны быть больше, чем QAC_0, особенно когда *m* большое. Тем не менее, выражение (6) оставляет большую свободу при распределении общей требуемой *QAC* по параметрам.

Желательно проводить это разделение на основе достоверностей всех имеющих отношение операций и таким образом, чтобы затраты времени и средств для получения требуемой общей *QAC* были минимальны. В частности, большую свободу следует допускать при выборе QAC_{0k} для тех параметров .чье соответствие труднее обеспечивать. Для первого приближения целесообразно проводить разделение пропорционально оценкам q_k действительных значений QAC_k для параметров, т.е.

$$\frac{QAC_{0k}}{QAC_0} = \frac{q_k}{\prod_{k=1}^{m} q_k} .$$

Приведенные оценки предварительны, и значение $\prod_{k=1}^{m} q_k$ может как соответствовать требованию (4), так и не соответствовать (даже при $\delta_k = 0$). Если имеется удовлетворительное соответствие, это разделение можно посчитать окончательным, а если нет - необходимо изыскать возможности повышения *QAC* для некоторых параметров. В конечном счете разделение следует проверить в отношении требуемых затрат.

Достижение и проверка достоверности качества требуют немалых усилий, но дают действительно убедительные количественные результаты и объективную гарантию качества продукции и эффективности системы качества, на основании которых могут делаться надежные оценки рисков изготовителя и потребителя.

Автор признателен ответственному редактору журнала «Методы менеджмента качества», доктору техн. наук В.А. Лапидусу за полезное обсуждение статьи и некоторые ценные замечания.

Использованная литература

1. *Brown, M. G.* Keeping score: using the right metrics to drive world-class performance. ASQC Quality Press, 1996
2. *Levin, M.* Hard numbers are needed to measure quality. *Quality Progress,* vol.30 (1997), No. 9, pp. 8-10.
3. *Gunter, B.* Farewell fusillade. An unvarnished opinion on the state of the quality profession. *Quality Progress,* vol.31 (1998), No. 4, pp. 111-119.
4. *Карепин П.А.* Категории планируемой и реализованной точности и особенности их применения. *Надежность и контроль качества,* 1999, №8, с. 44-51
5. *Клячкин В.Н.* Анализ эффективности многомерного контроля технологического процесса. *Методы менеджмента качества*, 2002, №2 с. 32-34
6. *Рыбаков И.Н.* Системы качества по стандартам ИСО серии 9000 и концепция количественной оценки уровня их совершенства. *Надежность и контроль качества, Статистические методы,* 1992, №. 8, с. 37-41
7. *Рыбаков И.Н.* Совместная оптимизация средств производства и контроля в технологической цепи. *Надежность и контроль качества*, 1984, № 3, с. 44–50

8. *Wang, F.K., Hubele, N.F., Lawrence, F.P., Miskulin, J.D., and Shahriari H*. Comparison of three multivariate process capability indices. *Journal of Quality Technology,* vol.32 (2000), No. 3, pp. 263-275.

9. *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Математическая статистика*,* М. Высшая школа, 1984, с.107-108, 243.

10. *Гаскаров Д.В, Шаповалов В.И.* Малая выборка*,* М., Статистика1978, с.112-119.

11. *Рыбаков И. Н., Рыбаков К.И..* Метод анализа и управления достоверностью качества продукции, имеющей множество регламентируемых параметров. *Надежность и контроль качества, Статистические методы*, 1993, № 8.

12. *Gumbel, E.J.* Statistical theory of extreme values (main results), in Contributions to order statistics, A. E. Sarhan and B. G. Greenberg, eds., New York - London, Wiley, 1962, chapter 6. Русский перевод: *Э. Гумбель*, Статистика экстремальных значений, гл. 6. М., Мир, 1965, 450 с.

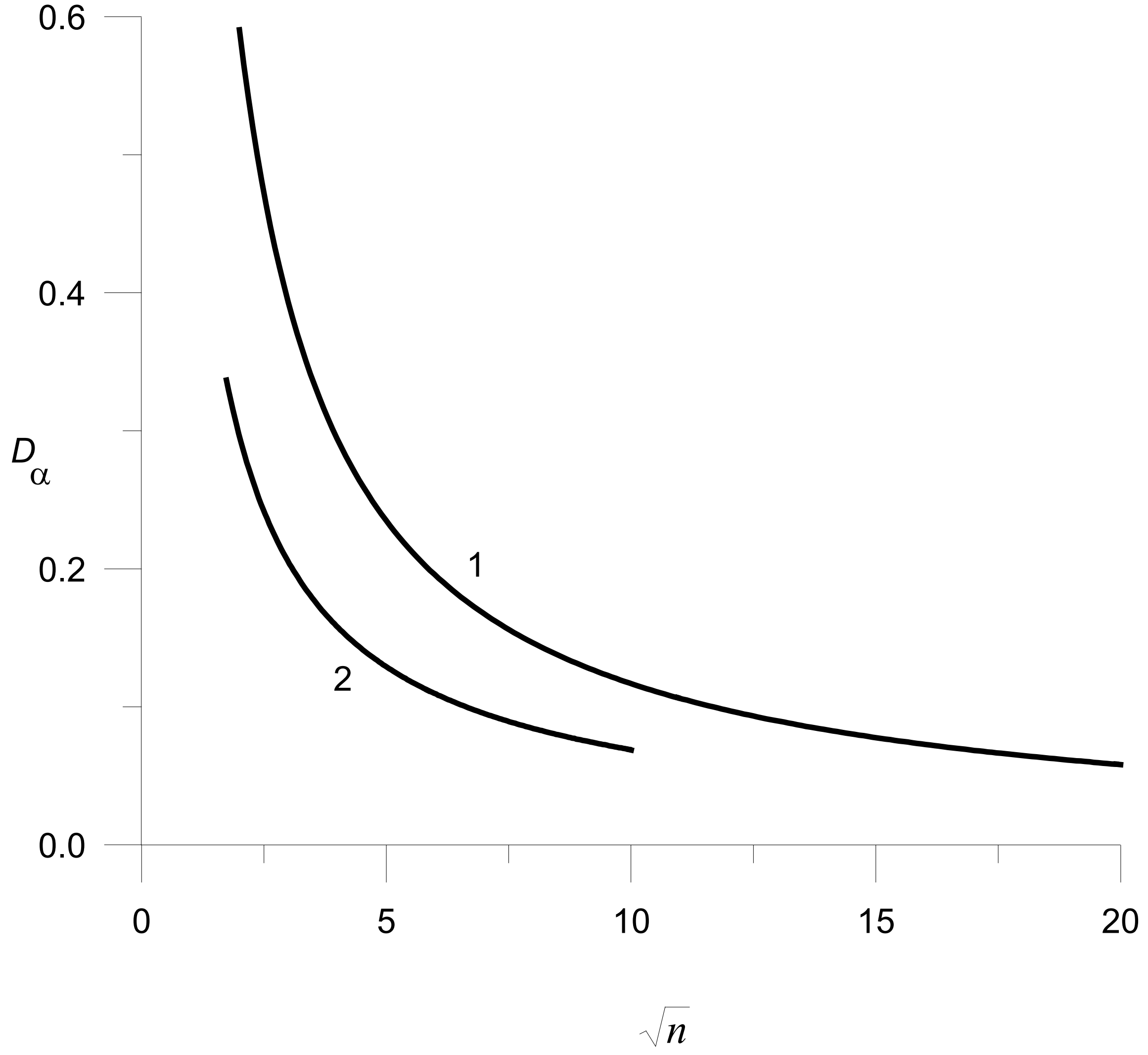

Рисунок 1

Полуширина полосы погрешности D_α, как функция корня из объема выборки *n*:

- для ступенчатого распределения (кривая 1)

- для аппроксимации с оптимальным ядром (кривая 2).

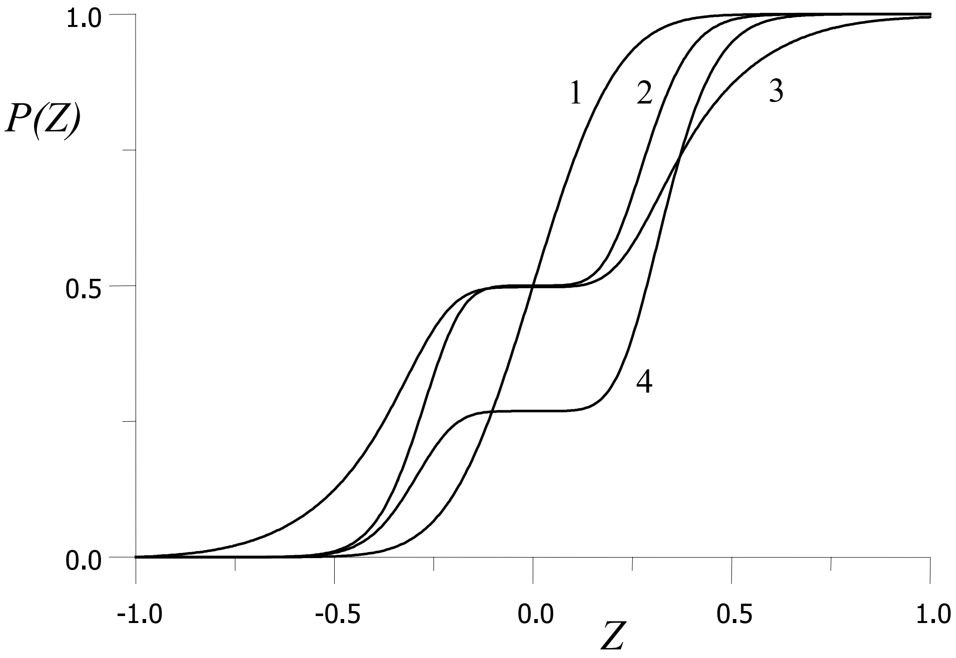

Рисунок 2

Функции распределения определяющего параметра качества P*(Z)*

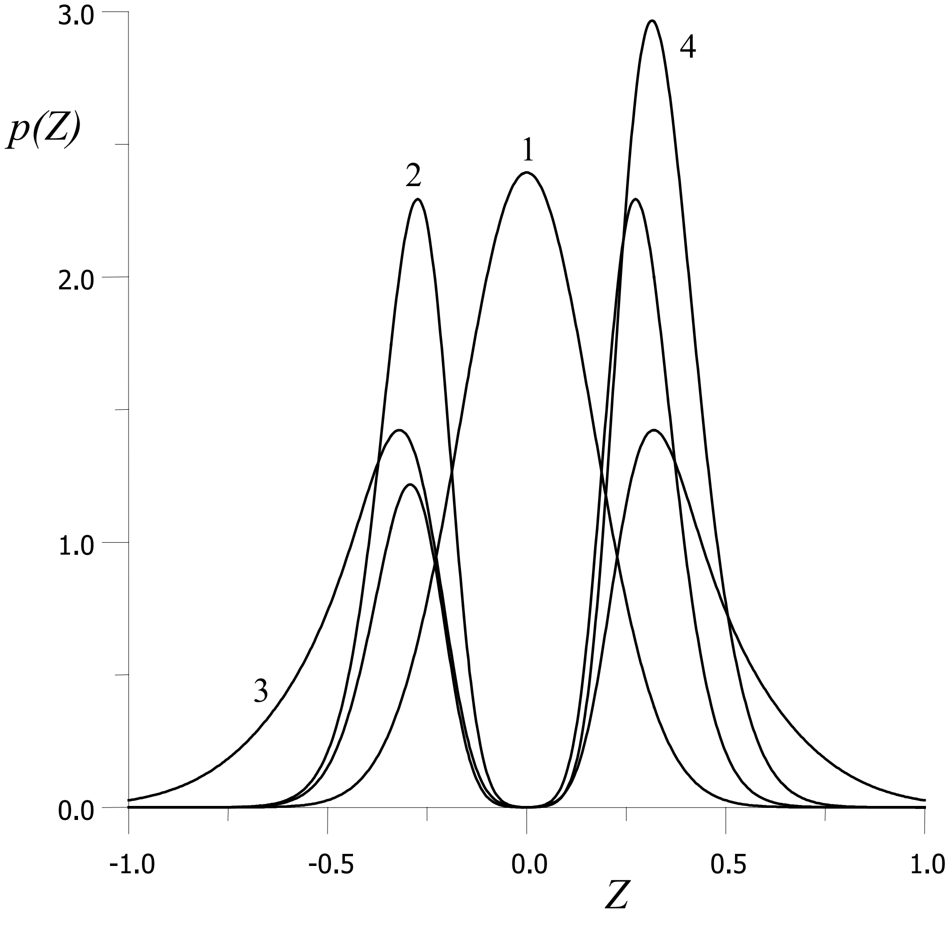

Рисунок 3

Плотности вероятности определяющего параметра качества *p(Z)*

Methodology of quantitative measurement of product quality certainty and quality system performance

I. N. Rybakov

Abstract

The concept of quality assurance certainty *QAC* is developed as a quantitative measure for product quality guarantee and quality system performance level. Statistical principles for specification and verification of *QAC* are formulated. The verification is a test of the hypothesis of conformance of the sample distribution to a specified requirement. Usually multi-dimensional distribution should be tested, which makes difficult the testing and verification procedures. Their simplification and sample size reduction are achieved by the use of a special probability distribution of decisive quality parameter proposed by the author. Use of *QAC* gives truly objective guarantee of product quality and of the quality system performance instead of some indefinite sense of trust, widely accepted now. It provides also the possibility of strict optimization of commercial relations.